

Hallar la inversa de la matriz A

Hallar
 A^{-1}

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Solución del ejercicio

Ya es sabido que toda matriz cuadrada tiene determinante, no obstante, no toda matriz posee inversa. Un teorema fundamental indica que si $|A| \neq 0$ entonces A es invertible, es decir, si el determinante de una matriz es diferente a cero dicha matriz tendrá inversa.

La inversa se define como: $A^{-1} = A*B = B*A = I$

Donde, $A^{-1} = B$, o sea, la inversa de una matriz A es otra matriz B tal que $A*B = I$. La matriz identidad. Esto quiere decir que se puede usar una matriz ampliada con la matriz identidad y luego llevar la matriz de la izquierda a identidad a través de operaciones de reducción por renglones. Sin embargo, existen una formula genérica.

Por formula general, $A^{-1} = \frac{1}{|A|} * (Adjunta A)$

Para matrices de orden 2x2 la formula sería entonces:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} * \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

Entonces, hallando la inversa de la matriz A se obtiene:

$$|A| = 10$$

$$A^{-1} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3/10 & 2/5 \\ -1/10 & 1/5 \end{bmatrix}$$

Observe que se invierten los elementos de la diagonal principal, mientras que los datos de la diagonal secundaria invierten sus signos. Puede verificar que $A * A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Puede repasar el cálculo de determinantes visitando: <http://tutorias.co/tag/determinantes/>